

# PRIMJENA TRIGONOMETRIJSKIH FUNKCIJA

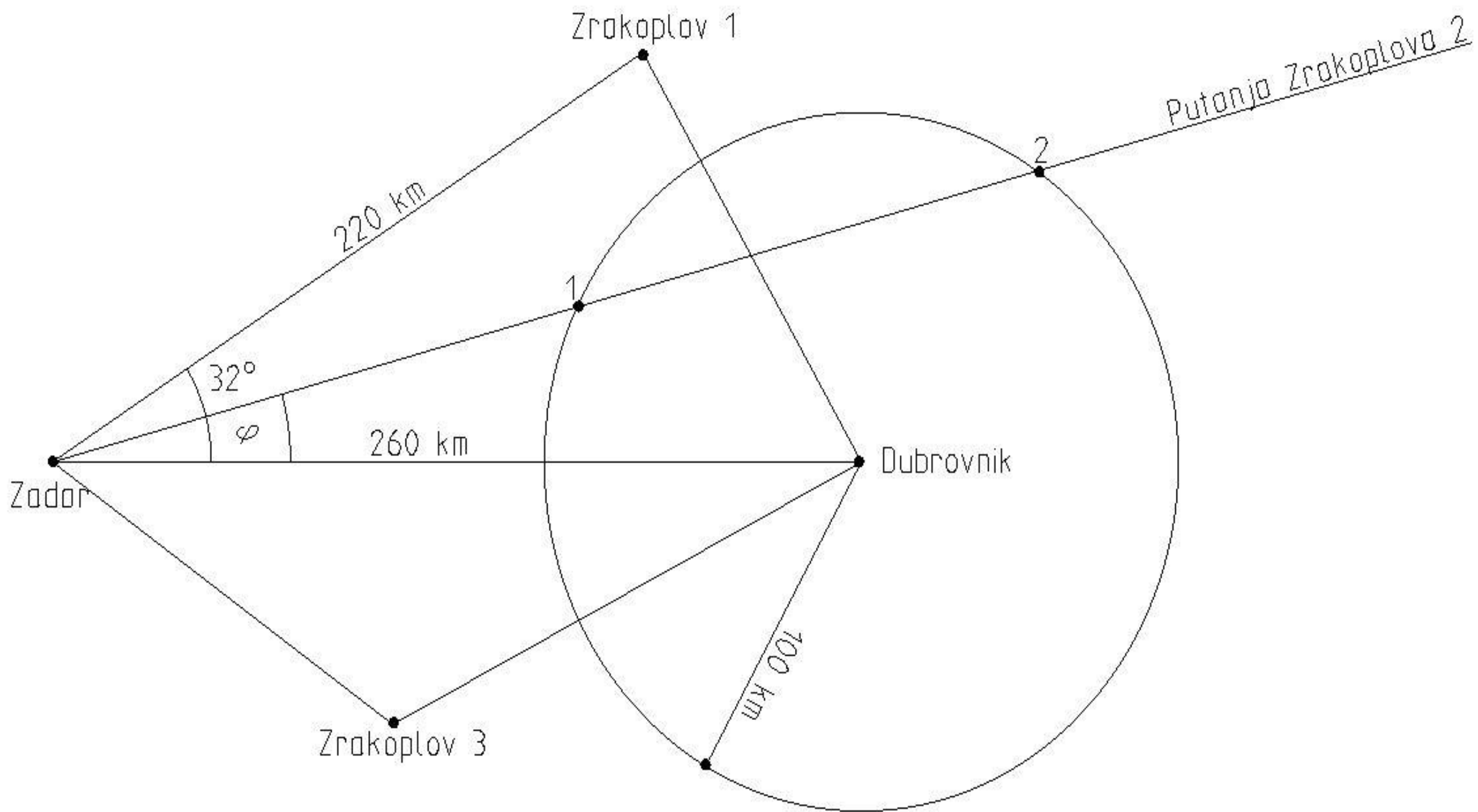
Problem zračnih luka

# Zadatak

1. Zrakoplov 1 je 220 kilometara od Zadra pod kutom od  $32^\circ$ . Koliko je Zrakoplov 1 udaljen od dubrovačke zračne luke? Je li on stvarno izvan dometa radara kontrole leta kako sugerira slika?
2. Zrakoplov 2 uzlijeće iz Zadra i prelijeće preko Dubrovnika. Njegova putanja zatvara kut  $\Phi$  s pravcem između zračnih luka. Ako je  $\Phi = 15^\circ$ , koliko će Zrakoplov 2 biti udaljen od zadarske zračne luke kada prvi put dođe u domet radara kontrole leta dubrovačke zračne luke? Kolika je njegova udaljenost od Zadra u trenutku kada je zadnji put vidljiv na istom radaru?
3. Pokaži: ako je  $\Phi = 40^\circ$ , Zrakoplov 2 neće nikada biti vidljiv na radaru kontrole leta dubrovačke zračne luke.

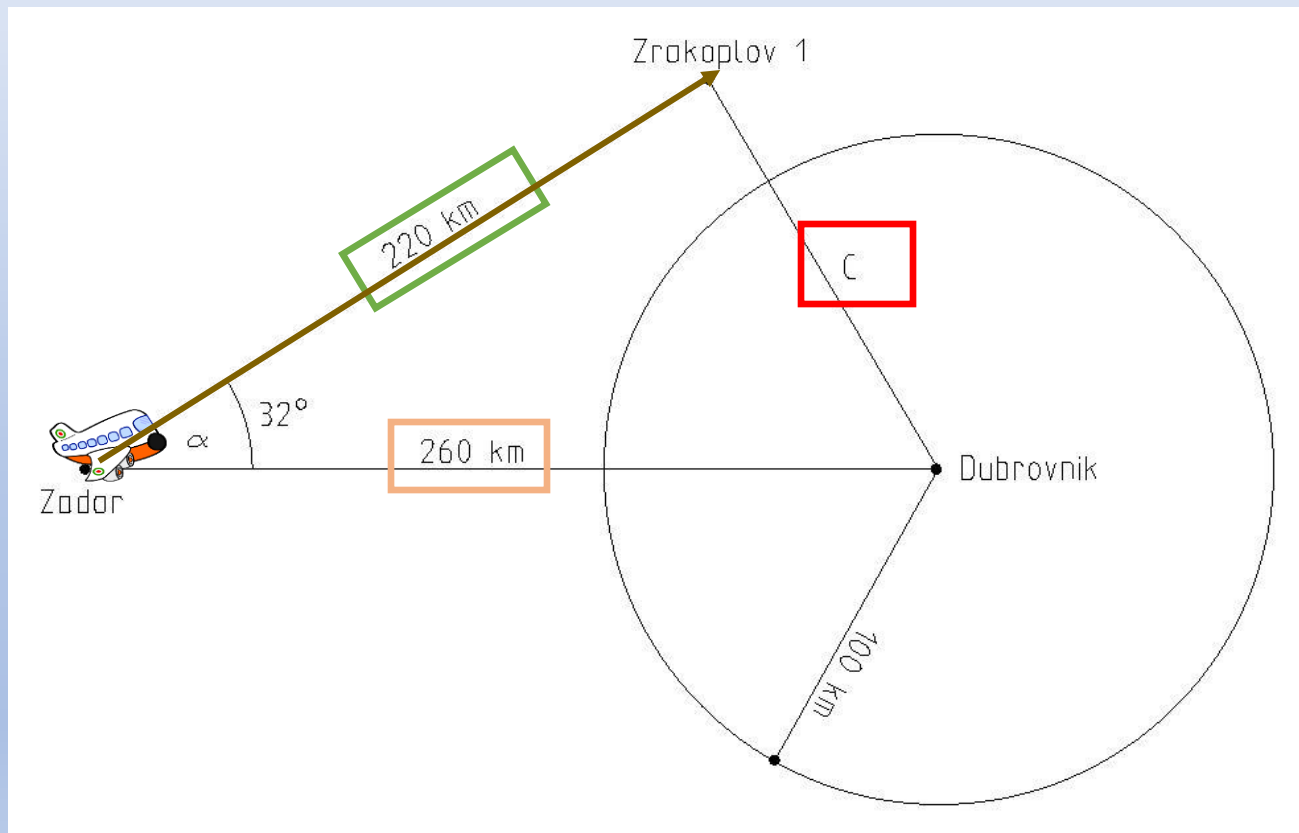
# Zadatak:

4. Odredi kut  $\Phi$  tako da je Zrakoplov 2 vidljiv radarom samo u jednoj točki. Na kojoj je to udaljenosti od Zadra?
5. Pokaži da je kvadrat udaljenosti pod 4 jednak umnošku udaljenosti pod 2. Potraži koji geometrijski teorem potvrđuje taj rezultat.
6. Zrakoplov 3 najavio je slijetanje iz pravca Jadranskoga mora. Zračne luke u Zadru i Dubrovniku javile su mu da zatvara kutove od  $35^\circ$  i  $27^\circ$  (u istom poretku) s pravcem između zračnih luka. Kojoj je zračnoj luci zrakoplov bliži i za koliko?



1. Zrakoplov 1 je 220 kilometara od Zadra pod kutom od  $32^\circ$ . Koliko je Zrakoplov 1 udaljen od dubrovačke zračne luke? Je li on stvarno izvan dometa radara kontrole leta kako sugerira slika?

- $a = 260 \text{ km}$   $b = 220 \text{ km}$   $\alpha = 32^\circ$   $c = ?$
- $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha$
- $c^2 = 260^2 + 220^2 - 2 \times 260 \times 220 \times \cos 32^\circ$
- $c = 137,78 \text{ km}$



2. Zrakoplov 2 uzlijeće iz Zadra i prelijeće preko Dubrovnika. Njegova putanja zatvara kut  $\Phi$  s pravcem između zračnih luka. Ako je  $\Phi = 15^\circ$ , koliko će Zrakoplov 2 biti udaljen od zadarske zračne luke kada prvi put dođe u domet radara kontrole leta dubrovačke zračne luke? Kolika je njegova udaljenost od Zadra u trenutku kada je zadnji put vidljiv na istom radaru?

- $r = 100 \text{ km}$   $\varphi = 15^\circ$   $a = 260 \text{ km}$   $T1 = ?$

Pozicija 1

- $\frac{r}{\sin \varphi} = \frac{a}{\sin \delta}$

- $\delta = \sin^{-1} \left( \frac{260 \sin \varphi}{100} \right) = 42^\circ 17' 37''$

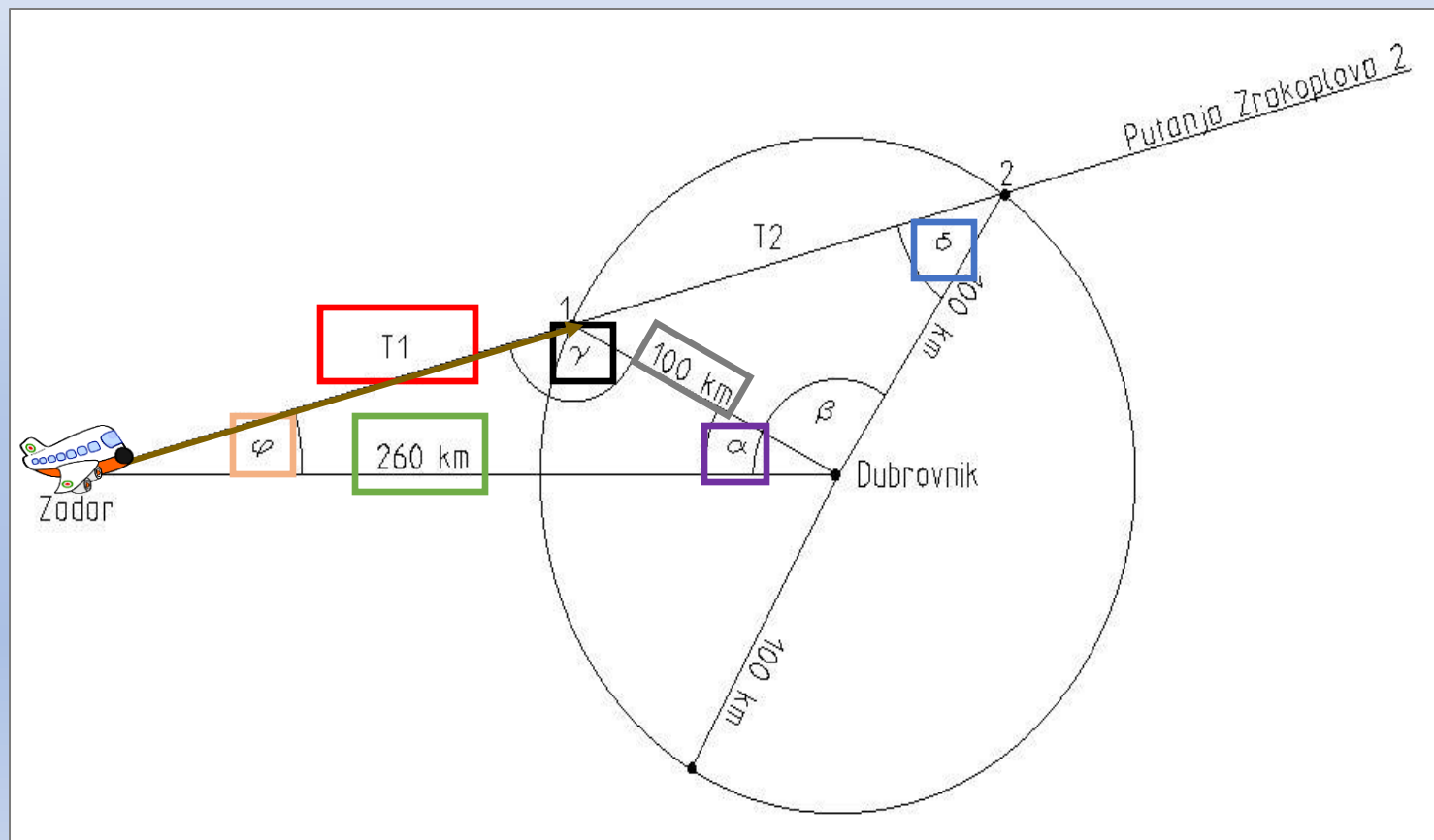
- $\gamma = 180^\circ - \delta = 137^\circ 42' 23''$

- $\alpha = 180^\circ - \theta - \gamma = 27^\circ 17' 37''$

- $\frac{r}{\sin \varphi} = \frac{T1}{\sin \alpha}$

- $T1 = \frac{r \sin \alpha}{\sin \varphi}$

- $T1 = \frac{100 \sin \alpha}{\sin \varphi} = 177.17 \text{ km}$



2. Zrakoplov 2 uzlijeće iz Zadra i prelijeće preko Dubrovnika. Njegova putanja zatvara kut  $\Phi$  s pravcem između zračnih luka. Ako je  $\Phi = 15^\circ$ , koliko će Zrakoplov 2 biti udaljen od zadarske zračne luke kada prvi put dođe u domet radara kontrole leta dubrovačke zračne luke? Kolika je njegova udaljenost od Zadra u trenutku kada je zadnji put vidljiv na istom radaru? (1. način)

- $r = 100 \text{ km}$   $\varphi = 15^\circ$   $a = 260 \text{ km}$   $T1 + T2 = ?$

Pozicija 2

- $\frac{r}{\sin \varphi} = \frac{260}{\sin \delta}$

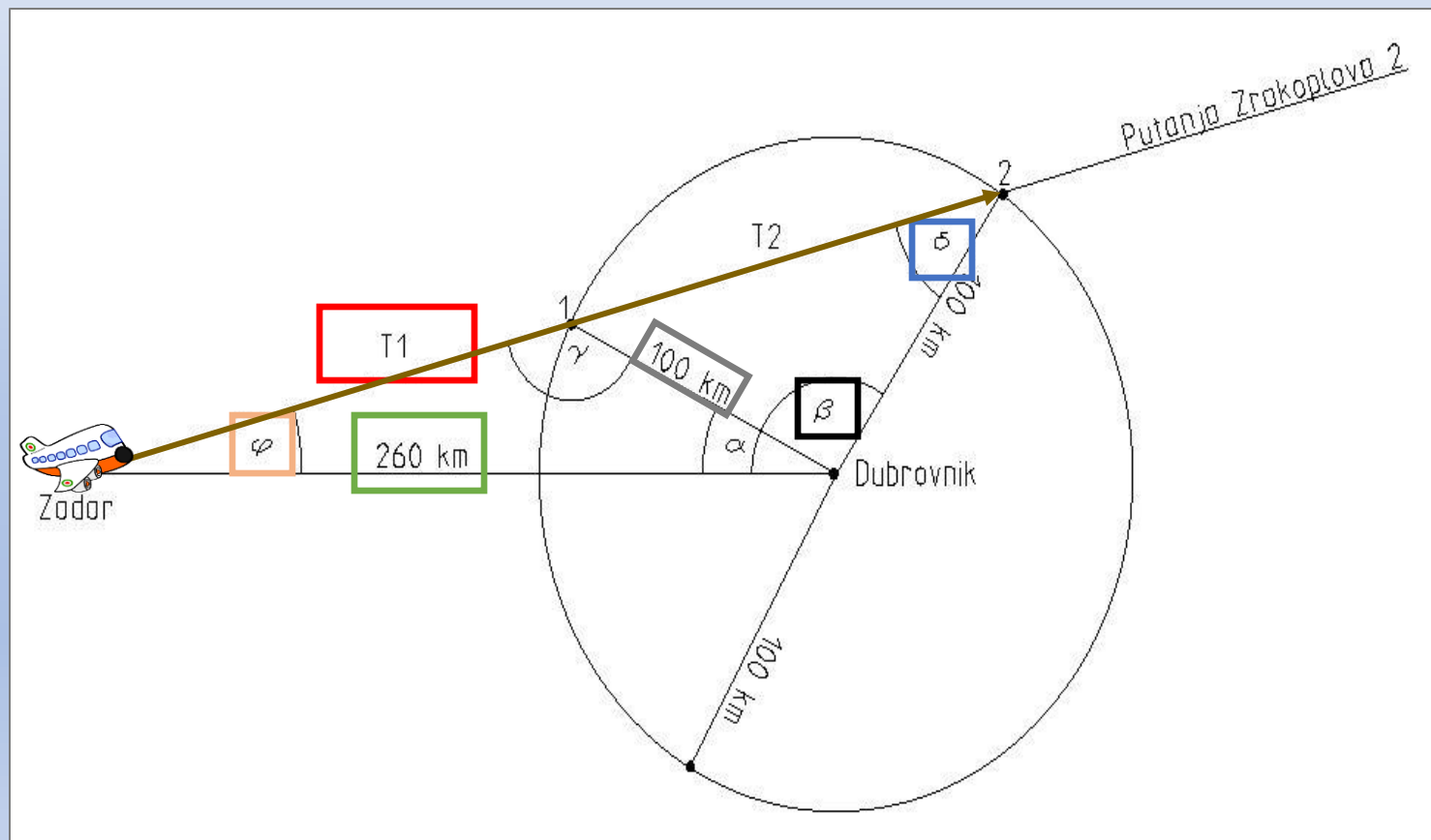
- $\delta = \sin^{-1} \left( \frac{260 \sin \varphi}{r} \right) = 42^\circ 17' 37''$

- $\beta = 180^\circ - \theta - \delta = 122^\circ 42' 23''$

- $\frac{r}{\sin \varphi} = \frac{(T1+T2)}{\sin \beta}$

- $(T1 + T2) = \frac{r \sin \beta}{\sin \varphi}$

- $(T1 + T2) = \frac{100 \sin \beta}{\sin \varphi} = 325.11 \text{ km}$



2. Zrakoplov 2 uzlijeće iz Zadra i prelijeće preko Dubrovnika. Njegova putanja zatvara kut  $\Phi$  s pravcem između zračnih luka. Ako je  $\Phi = 15^\circ$ , koliko će Zrakoplov 2 biti udaljen od zadarske zračne luke kada prvi put dođe u domet radara kontrole leta dubrovačke zračne luke? Kolika je njegova udaljenost od Zadra u trenutku kada je zadnji put vidljiv na istom radaru? (2. način)

- $r = 100 \text{ km}$   $\delta = 42^\circ 17' 37''$   $T_2 = ?$

- Pozicija 2

- $\beta - \alpha = 180^\circ - 2\delta = 95^\circ 24' 46''$

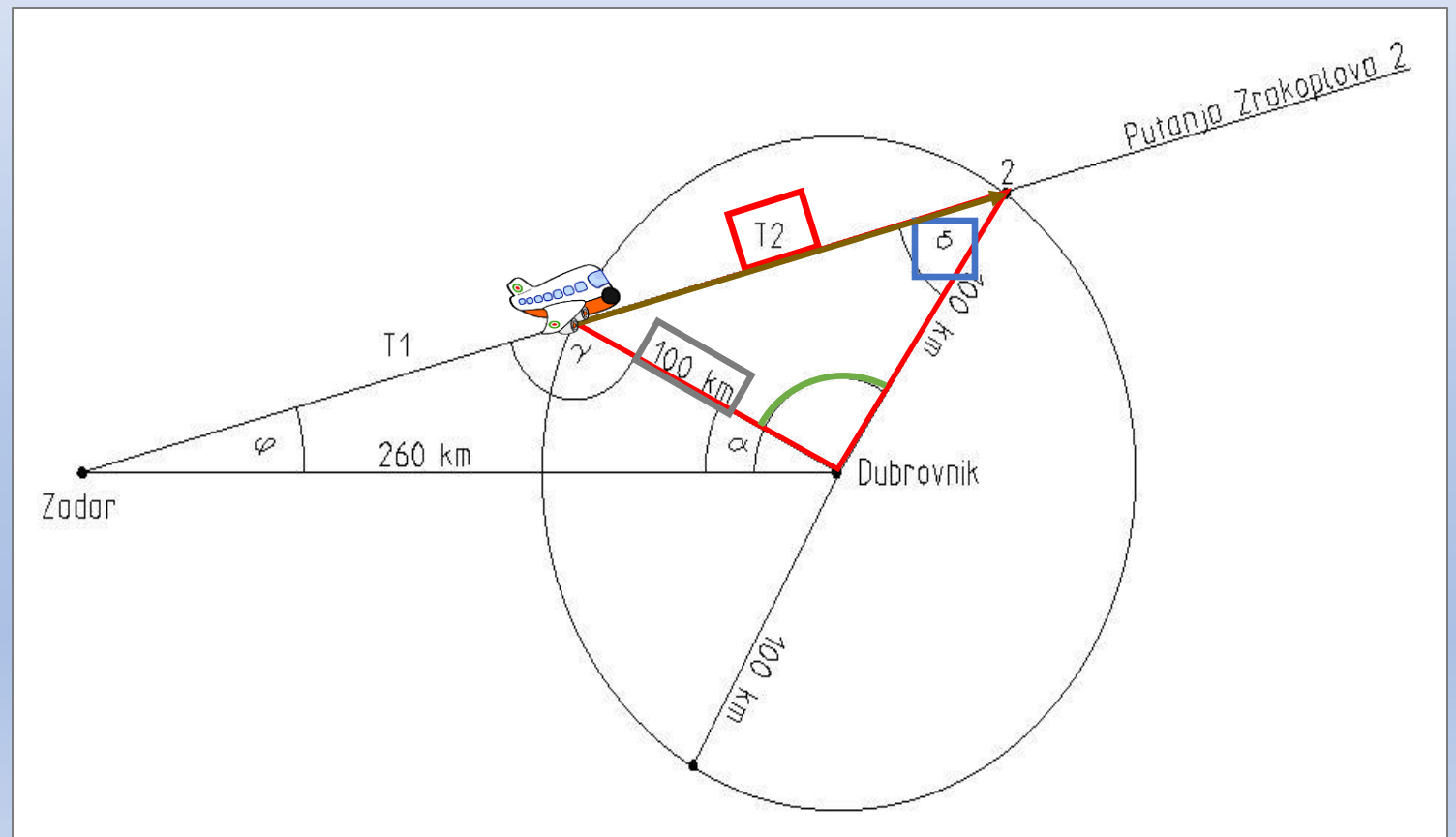
- $\frac{r}{\sin \delta} = \frac{T_2}{\sin(\beta - \alpha)}$

- $T_2 = \frac{r \sin(\beta - \alpha)}{\sin \delta}$

- $T_2 = \frac{r \sin(\beta - \alpha)}{\sin \delta} = 147,94 \text{ km}$

- $T_1 + T_2 = 177,17 + 147,94$

- $T_1 + T_2 = 325,11 \text{ km}$





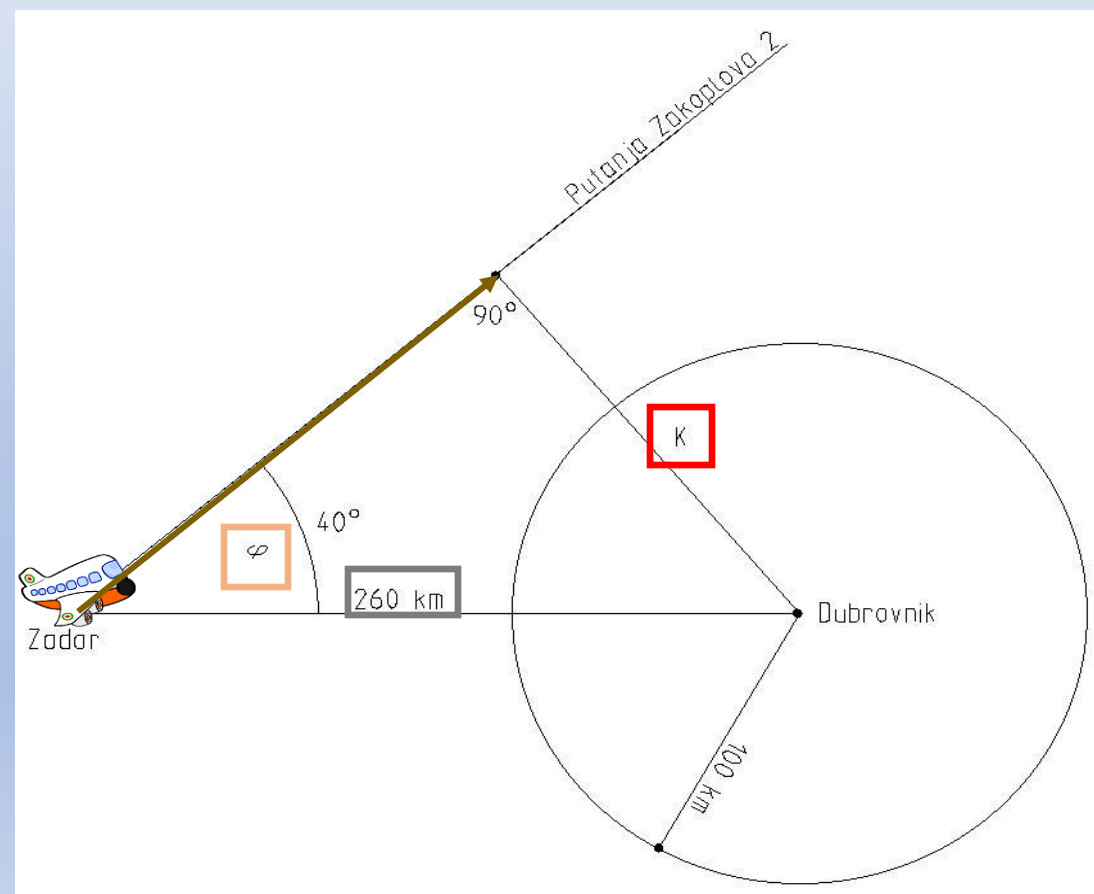
### 3. Pokaži: ako je $\Phi = 40^\circ$ , Zrakoplov 2 neće nikada biti vidljiv na radaru kontrole leta dubrovačke zračne luke.

- Najbliže što će Zrakoplov 2 doći radaru dubrovačke zračne luke jest na *sjecištu pravca njegovog kretanja i pravca iz dubrovačke zračne luke* i to onda kada zatvaraju kut od  $90^\circ$
- U slučaju da Zrakoplov 2 leti po pravcu koji sa pravcem zračnih luka zatvara kut  $\Phi = 40^\circ$ , onda bi radijus radara kontrole leta u Dubrovniku trebao biti sljedeći:

- $a = 260 \text{ km}$   $\varphi = 40^\circ$   $K = ?$

- $\sin \varphi = \frac{K}{a}$

- $K = a \sin \varphi = 167.12 \text{ km}$



#### 4. Odredi kut $\Phi$ tako da je Zrakoplov 2 vidljiv radarom samo u jednoj točki. Na kojoj je to udaljenosti od Zadra?

- Radi se o tangenti koja dodiruje radijus radara kontrole leta u jednoj točki. Ta udaljenost i kut iznose:

- $r = 100 \text{ km}$   $a = 260 \text{ km}$   $U = ?$   $\varphi = ?$

- $\sin \varphi = \frac{r}{a}$

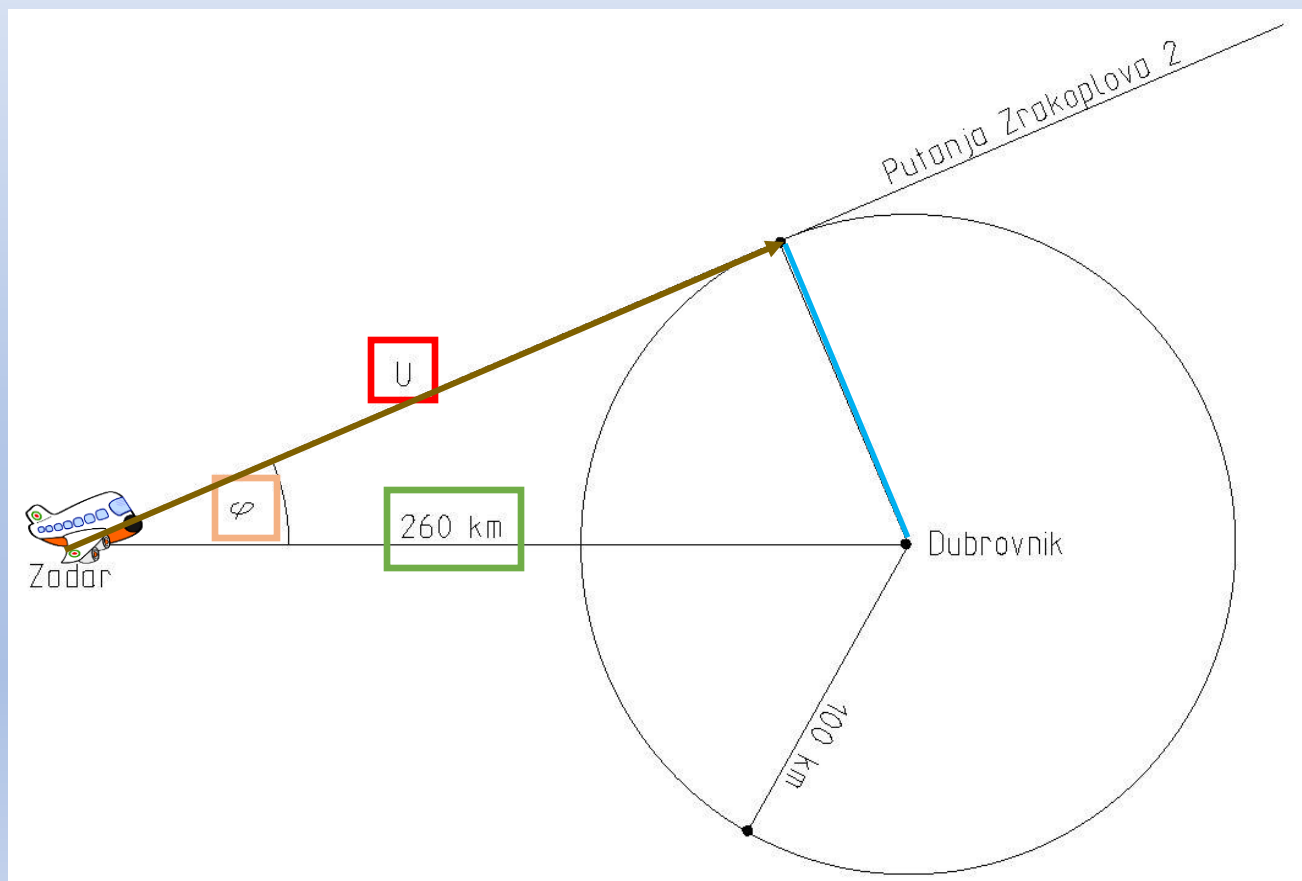
- $\sin \varphi = \frac{100}{260}$

- $\varphi = \sin^{-1} \left( \frac{100}{260} \right) = 22^\circ 37' 12''$

- $\tan \varphi = \frac{r}{U}$

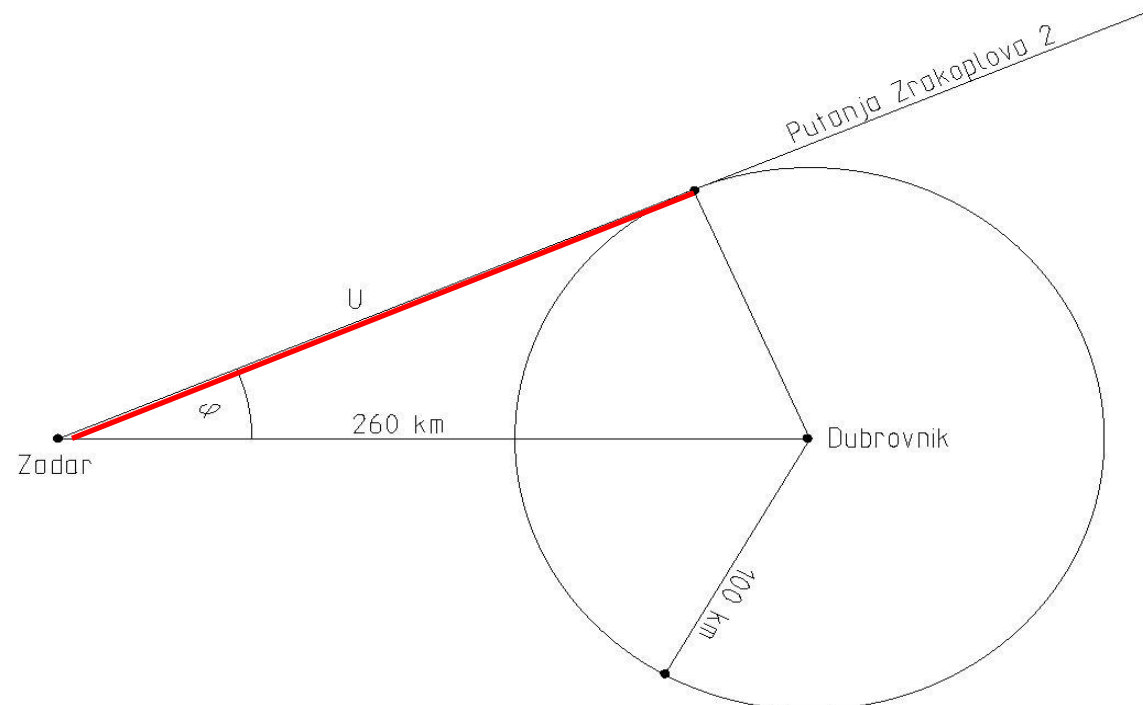
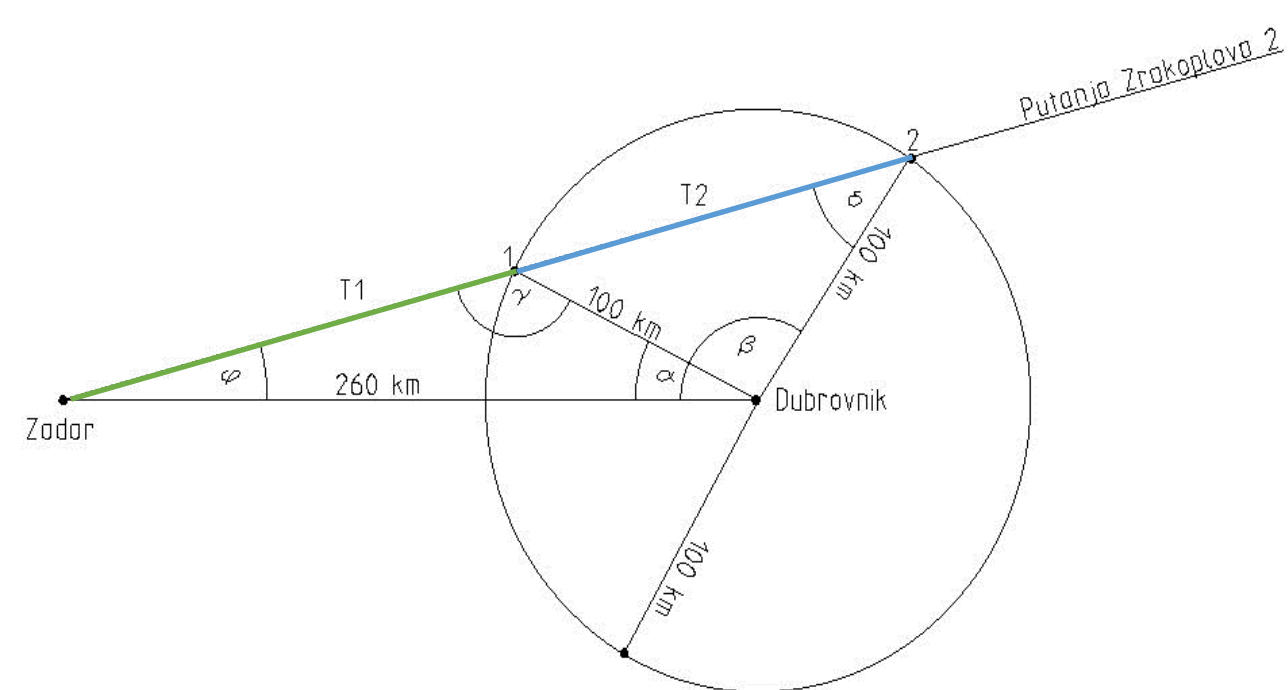
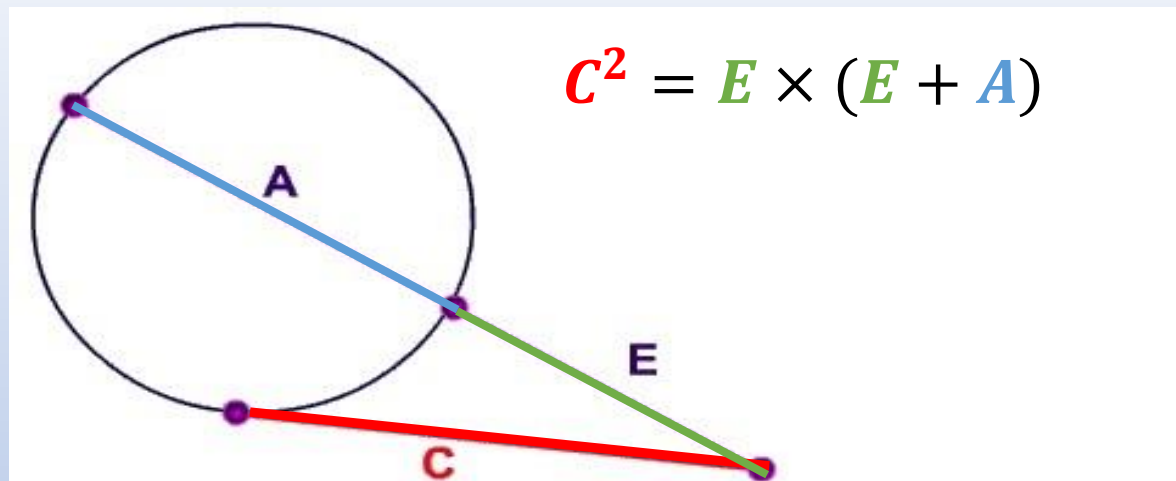
- $U = \frac{r}{\tan \varphi}$

- $U = \frac{100}{\tan \varphi} = 240 \text{ km}$



5. Pokaži da je kvadrat udaljenosti pod 4 jednak umnošku udaljenosti pod 2. Potraži koji geometrijski teorem potvrđuje taj rezultat.

- $U = 240 \text{ km}$   $T1 = 177,17 \text{ km}$   $T2 = 325,11 \text{ km}$
- $U^2 = 240^2 = 57600$
- $T1 \times (T1 + T2) = 177,17 \times 325,11 = 57599,74$
- $U \sim (T1 \times [T1 + T2])$



6. Zrakoplov 3 najavio je slijetanje iz pravca Jadranskoga mora. Zračne luke u Zadru i Dubrovniku javile su mu da zatvara kutove od  $35^\circ$  i  $27^\circ$  (u istom poretku) s pravcem između zračnih luka. Kojoj je zračnoj luci zrakoplov bliži i za koliko?

- $a = 260 \text{ km}$     $\alpha = 35^\circ$     $\beta = 27^\circ$     $\gamma = 118^\circ$

- $Z = ?$     $D = ?$     $\Delta d = ?$

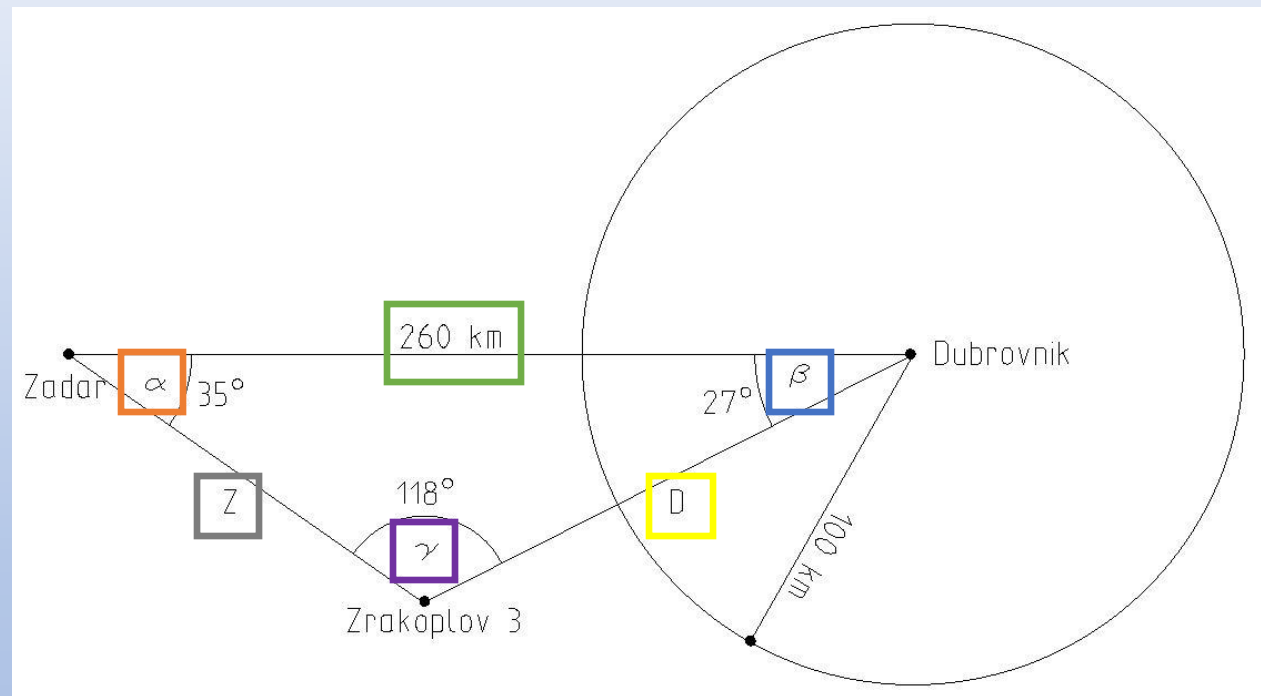
- $\frac{Z}{\sin \beta} = \frac{a}{\sin \gamma}$

- $Z = \frac{a \sin \beta}{\sin \gamma} = 133,69 \text{ km}$

- $\frac{D}{\sin \alpha} = \frac{a}{\sin \gamma}$

- $D = \frac{a \sin \alpha}{\sin \gamma} = 168,9 \text{ km}$

- $\Delta d = D - Z = 168,9 - 133,69 = 35,21 \text{ km}$



Zrakoplov 3 bliži je zadarskoj zračnoj luci za 35,21 kilometar.



**Izradili:** Antonia Turković 3.O i Dalen Grdić 3.E